

## APRENDIZAGEM DE UMA ESTRUTURA OPERATÓRIA FORMAL: A COMBINATÓRIA

Como é bem sabido J. Piaget revolucionou profundamente o estudo da inteligência. Com um engenho insuperável foi elaborado um número impressionante de pequenas provas que permitiram pôr em destaque a gênese e evolução da inteligência, desde as suas raízes sensori-motoras às manifestações superiores do pensamento lógico. Perfilhando resolutamente uma concepção genética, elaborou uma autêntica embriologia da inteligência, aderindo a uma concepção que, sem excluir a influência do meio ou do exercício nem as transmissões sociais ou linguísticas, acentua a importância da maturação traduzindo-se em estádios de desenvolvimento que se sucedem numa ordem regular e constante.

Neste sentido Piaget e a sua obra inscrevem-se contra o culturalismo, por um lado, e o empirismo ou mesmo as teorias neo-behavioristas contemporâneas da aprendizagem segundo as quais as aquisições podem ter uma ordem qualquer, de acordo com o acaso das associações (empirismo tradicional, E. R. Guthrie) ou dos reforços (Pavlov, C. L. Hull, B. F. Skinner etc.). Para Piaget a ordem e a sucessão dos estádios de desenvolvimento (e das aquisições correlativas) não dependem tanto de factores externos mas do desenvolvimento interno, aqueles factores podendo apenas estimular ou acelerar este desenvolvimento — eventualmente retardá-lo — mas agindo sempre em estreita interacção com ele e no quadro por ele desenhado. Deste modo se levanta o problema das relações entre o desenvolvimento interno e as influências exteriores, problemas que as correntes de inspiração empirista podem ignorar.

Este problema foi objecto de vários estudos no Centro Internacional de Epistemologia Genética. A «questão central» que nesses estudos se procurava elucidar consistia em determinar como se adquirem as estruturas lógicas. Poderão explicar-se como mero efeito ou consequência da experiência externa, transmitidos e. g. na linguagem, ou estará sempre em causa uma lógica prévia que não é inteiramente aprendida (1)? Ora se são convergentes as conclusões daqueles estudos na exclusão da acção única ou mesmo preponderante do meio, não se deve também esquecer que alguma acção exerce e que se a maturação desempenha um papel fundamental na eclosão dos estádios, este papel não é único nem exclusivo. Como o próprio Piaget o declara: «Podem caracterizar-se os estádios numa população dada por uma cronologia, mas esta cronologia é extremamente variável; depende da experiência anterior dos indivíduos e não apenas da sua maturação, depende sobretudo do meio social que pode acelerar ou retardar o aparecimento de um estádio ou mesmo impedir a sua manifestação» (2).

Dito isto compreender-se-á que haja o maior interesse em verificar a possibilidade de acelerar o aparecimento de um estádio (ou de aquisições típicas desse estádio) e verificar as condições desta aceleração. Os trabalhos publicados nos tomos VII a X dos *Études d'Épistémologie Génétique* dedicados a esta problemática tendo incidido fundamentalmente sobre as operações concretas e a possibilidade da sua aprendizagem, com a discussão das consequências epistemológicas (3), preferimos estudar antes uma aquisição típica do período das operações formais e, sem pôr de parte as preocupações epistemológicas, considerar também as eventuais implicações pedagógicas. Por essa razão ao lado

---

(1) Cf. J. PIAGET — Introduction. In P. GRECO et J. PIAGET — *Apprentissage et connaissance*, Ét. d'Épist. Gen., t. VII, Paris, P.U.F. 1959, p. 3.

(2) J. PIAGET — Les stades du développement intellectuel de l'enfant et de l'adolescent. In *Le problème des stades en psychologie de l'enfant* par P. Osterrieth et al. Paris, P.U.F. 1956, p. 34.

(3) Cf. J. PIAGET — Apprentissage et connaissance. In M. Goustard, P. GRECO et al. — *La logique des apprentissages*, Ét. d'Épist. Gen., t. X, Paris, P.U.F., 1959, pp. 165-6.

das operações combinatórias procurámos estudar como se fazia a aprendizagem e compreensão em dois problemas de aritmética implicando um raciocínio operatório e de dificuldade equivalente aos anteriores — nenhuma criança do período das operações concretas os resolve espontâneamente — de cujos resultados não daremos aqui parte.

#### A TÉCNICA E OS PROBLEMAS

Utilizaram-se problemas que a criança não sabia resolver espontâneamente ou que implicavam operações que, segundo as investigações de Piaget, só mais tarde alcançava. Problemas e idades a considerar implicavam-se assim mutuamente. Optámos por alguns problemas de combinatória (arranjos e combinações) pela facilidade com que neles se poderia proceder a uma aprendizagem heurística.

As investigações de Piaget mostraram que as operações combinatórias só são alcançadas a partir do começo do estágio das operações formais, isto é, a partir dos 11-12 anos (1). Os resultados foram paralelos em todas as formas de combinatória estudadas (combinações, arranjos, permutações). Até aos 7-8 anos a criança descobre algumas combinações procedendo por tateio empírico, sem qualquer sistema, dos 7-8 aos 10-11 aparecem alguns métodos parciais mas que não são generalizados. Só a partir dos 11-12 anos aparecem combinações e arranjos metódica e sistematicamente organizados de molde a que nenhum dos casos possíveis seja esquecido (2). As permutações revelaram-se mais difíceis de alcançar, a sua aquisição «não se acabando antes dos 15 anos: em 20 crianças de 11 a 15 anos, só 6 o descobriram espontâneamente» (3). Pusemos por isso de lado as permutações, tendo apenas considerado os dois problemas restantes, pro-

---

(1) J. PIAGET et B. INHELDER — *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Paris, P.U.F., 1951, pp. 176 e 209.

(2) *Id. ib.*, pp. 175-6, 187-8 e 209.

(3) *Id. ib.*, pp. 188.

curando levar a criança a aprender um processo sistemático de esgotar os casos possíveis e, se possível, guindá-la até à previsão.

As sondagens a que procedemos levaram-nos a concluir que mesmo com a forma que os nossos problemas revestiram, num deles um pouco diferente daquela com que aparece em Piaget, se obtinham resultados equivalentes nas crianças portuguesas. As idades que tínhamos a considerar teriam necessariamente de ser as correspondentes ao estágio das operações concretas, ou seja dos 7 aos 11 anos, ou um pouco menos, na esperança de detectar a possibilidade de aprendizagem tão precocemente quanto possível (1).

Procurava-se a seguir que a criança encontrasse a melhor maneira de tratar o problema e de o resolver. Hesitámos longamente na técnica a utilizar durante esta fase. De nenhum modo podíamos aceitar que uma qualquer aprendizagem ensinada pudesse ser transferida imediatamente para as fases seguintes do problema, de tal modo que não passasse de uma aplicação cega e quase mecânica do que acabara de ser feito.

As operações de arranjo foram abordadas na forma simplificada em que Piaget as estuda. Material e técnica foram semelhantes aos utilizados no cap. IX de *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*. Vários maços de cartões de cerca de 2 cm x 2 cm com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 impressos. Foi necessário por vezes acrescentar outros cartões semelhantes com os algarismos 6, 7, 8 e mesmo 9, mas estes manuscritos e apenas para perguntar pela previsão, se havia dúvidas quanto à sua aquisição. Tratava-se de fazer números de dois algarismos quando se dispunha de dois, três, quatro, cinco... algarismos e prever quantos faria se um novo fosse acrescentado. Como se sabe esse número é de  $n^2$  ( $n$  = número de séries de que se dispõe).

---

(1) Procedemos apenas a sondagens aos 5 anos. Foram tão desanimadoras que desistimos de prosseguir a investigação nesta idade. Era constante a impossibilidade de comunicar e dirigir a criança, centrá-la sobre a tarefa. Nos casos que vimos a actividade era, sem excepção, puramente lúdica, oréctica, sem possibilidade de desembocar sobre o que quer que fosse.

Nas operações de combinação o problema só parcialmente era semelhante ao de Piaget pois permitíamos a repetição em ordem inversa dos elementos dos grupos. O número de casos possíveis em vez de  $\frac{n(n-1)}{2}$  passa a ser de  $n(n-1)$ . Em rigor não se trata propriamente de combinações, mas de uma modificação do problema anterior em que deixa de se permitir a repetição do mesmo elemento no mesmo grupo.

Na forma que demos ao problema, os grupos distinguem-se também pela ordem em que os seus elementos estavam colocados. Assim de dois conjuntos de objectos A e B a única combinação possível é AB se os grupos se não distinguem pela ordem em que os elementos estão colocados, AB e BA se se distinguem pela ordem. Se se permitir a repetição do mesmo elemento no mesmo grupo haverá ainda a considerar AA e BB. Piaget aceita nalgumas crianças estes pares de elementos iguais. Nós excluimo-los porque supondo já BA diferente de AB, se os aceitássemos o problema em nada diferia do anterior, a não ser que num caso se utilizavam números e no outro cores.

Estudámos esta estrutura operatória em mais de uma situação com material e contextos diversos. Uma apenas dessas situações se assemelhava à que Piaget estudara. Em qualquer delas todavia os resultados não são diferentes dos encontrados por Piaget na acção espontânea das crianças. Três formas foram consideradas. Na primeira, a criança dispondo do mesmo material do problema anterior devia também fazer números de dois algarismos. Excluía-se apenas em cada grupo a repetição dos mesmos algarismos. Numa segunda versão, em vez de séries de algarismos dispunham-se em frente da criança pequenas tiras de bristol duro e resistente de cores diferentes com cerca de 2 cm  $\times$  3 cm. Com estas tiras pedia-se-lhe para fazer bandeiras de duas cores.

Na intenção de tornar o problema mais atraente e sugestivo demos-lhe ainda uma terceira forma. Com a voga e a audiência que entre nós tomou o futebol e as apostas desportivas (totobola) raríssimas são as crianças de ambos os sexos nas idades que estudámos — e mesmo antes — que não conhecem os clubes e as suas cores, muitas vezes até um grande número de jogadores,

e não apenas as vedetas, as modalidades e os sorteios para a realização dos jogos. Por isso todas as crianças se interessaram vivamente pelo jogo que lhes propusemos, havendo apenas a exceptuar uma menina que achou tratar-se de uma brincadeira para rapazes.

Disponhamos de quatro — só nos foi possível encontrar este número no mercado — jogadores de futebol em barro, com as cores dos clubes mais populares. Os restantes clubes são representados por toscos bonecos de plasticina. Começa-se por um pequeno interrogatório sobre futebol de molde a interessar a criança e a informá-la, se o não sabe, do número de clubes da divisão principal — 14. O problema consiste em saber quantos jogos comporta o campeonato. Cada club tendo de jogar com todos os outros no seu e no campo do adversário, o número de jogos será  $n(n-1)$ , onde  $n$  é o número de clubes.

Iniciámos estas diferentes provas segundo a técnica de Piaget. No que se refere à aprendizagem, começamos por nós mesmo reorganizar o conjunto de fichas colocado pela criança, perguntando a seguir o que tínhamos feito. Embora para algumas crianças este método possa ser sugestivo e levar à aprendizagem, a maior parte não vê o significado da manobra que perante elas se realiza, a sua atenção devendo fixar-se sobre o resultado de uma acção estranha. Quando se tratava de algarismos surgia ainda uma dificuldade suplementar. A criança via sobretudo a ordem segundo a contagem, já sua conhecida e não tirava daí mais nada. Abandonámos por isso esta forma de proceder, optando por um método activo e heurístico.

Uma vez executados os arranjos ou combinações que a criança é espontâneamente capaz de fazer e depois de ter o cuidado de verificar que não fará mais nada senão repetir o já feito, pergunta-se-lhe quantos fez começados por 1 (ou por verde, etc.), pede-se-lhe para os pôr de lado, perguntando-se-lhe de novo se, começados por 1 (ou por verde) poderá ainda fazer mais algum grupo. Insiste-se até a criança completar, se necessário enumerando ou grupos já feitos, ao mesmo tempo que se apontam os maços de algarismos ou cores. Repete-se tudo com os restantes algarismos ou cores, posto o que se põe para o lado tudo o que

se fez, chamando mais uma vez a atenção para quantos grupos foram feitos.

Tendo começado com dois elementos procura-se fazer compreender à criança as instruções e convenções a que a prova obedece. A aprendizagem começa pròpriamente quando um terceiro elemento é acrescentado aos dois que já são do conhecimento da criança. Depois de lhe perguntar quantos grupos supõe que poderá fazer, insistindo para obter uma conjectura numérica e não apenas as respostas vagas — muitos, alguns, mais — em que muitos se cantonam, o que, nem sempre é possível, repete-se todo o processo já descrito, insistindo no interrogatório heurístico para a criança encontrar todos os que pode fazer quando põe em priméiro lugar qualquer dos elementos.

Na versão 'campeonato' da combinatória procedia-se um pouco diversamente pelo facto de não se retirarem os grupos já executados depois de ter terminado cada série. Parte-se de dois clubes e procura determinar-se, por execução, o número de jogos que o campeonato comportaria se não houvesse mais clubes. Passa-se para três, quatro... clubes, o interrogatório heurístico tendo como objectivo levar a criança a encontrar o número exacto de jogos.

O processo de aprendizagem que começa na verdade quando se dispõe de três elementos a combinar, vai prosseguir com quatro e, no máximo, 5 elementos. Chegados aqui, se a criança não chegou a qualquer sistema nem, *a fortiori*, a qualquer previsão correcta, paramos embora, naturalmente, pudéssemos prosseguir. Parámos aqui porque a tarefa se torna enormemente fastidiosa sempre que a criança não aprende o sistema. É com notório alívio que nos vê deixar de insistir, embora só muito raramente tenha manifestado espontâneamente o desejo de não prosseguir. Este manifesto alívio é ainda mais significativo se o comparamos com a vontade, o desejo muitas vezes expressamente manifestado pelas crianças que aprenderam o sistema, de continuar a executar a tarefa e o prazer evidente com que o fazem, mesmo quando o experimentador quer dar a prova por terminada. Também nos convencemos que seria inútil continuar a aprendizagem, a criança que a não fez quando tinha apenas 3, 4 ou 5 algarismos, não aprenderá com 6 ou 7, o número

de casos possíveis aumentando consideravelmente e com isto a complexidade da tarefa. A criança que não chegou a descobrir a melhor maneira de proceder, sentir-se-á cada vez mais desorientada e perdida. Casos houve em que ao acrescentar-se mais um elemento à série a combinar, a criança obteve um número inferior de grupos ao que espontaneamente obtivera imediatamente antes, com menos um elemento. Cansaço, desatenção, influência negativa da complexidade crescente da prova?

#### RESULTADOS

Tendo posto de lado, como dissemos, por mais complexas, as permutações, encontrámos para os outros problemas, nas suas diferentes versões, resultados paralelos.

Nenhuma criança nas idades consideradas (dos 6 aos 11 anos) resolveu espontaneamente o problema que lhe foi posto. Adoptando formas de procedimento sistemático incompletas e parciais em que aliás não persevera, dá-se normalmente por satisfeita ao encontrar um pequeno número de grupos. Se antes de iniciar a actividade se abalança a uma previsão, esforça-se apenas por alcançar o número previsto, este sendo sempre — não encontrámos uma só excepção — inferior ao número possível; pára ao alcançá-lo, manifestando uma evidente satisfação. O prosseguimento da aprendizagem encarregar-se-á de temperar esta satisfação, substituída quase sempre por uma mais sã no fim da prova.

Em todos os problemas e em todas as idades houve crianças que não apenas se não guindaram até à previsão correcta dos casos possíveis, mas nem sequer aprenderam a proceder sistematicamente. Algumas não revelaram mesmo qualquer espécie de aprendizagem, não se notando nenhuma forma de generalização do processo que tentávamos inculcar. Há depois um grupo de crianças que dá respostas que fomos forçados a classificar como intermediárias. Não se alçam de todo ao sistema, mas começam por adoptá-lo, perdendo-se depois, ou, começando mais ou menos ao acaso, num ou noutro momento procedem sistematicamente. Infelizmente estes achados ocasionais, não



se alargam, não se generalizam à totalidade da situação. Nos casos em que esta generalização se faz, a resposta da criança deixa de ser intermediária, para passar ao tipo seguinte, isto é, o procedimento sistemático é adoptado.

Para verificar a estabilidade desta aquisição, acrescenta-se mais um elemento a combinar.

Temos deste modo quatro tipos de resposta, discriminados nos quadros abaixo.

QUADRO I — ARRANJOS

IDADE	AUSÊNCIA DE GENERALIZAÇÃO	INTERMEDIÁRIO	GENERALIZAÇÃO	GENERALIZAÇÃO COM PREVISÃO	TOTAL
6 anos	2	5	5	*	12
7 »	2	3	3	1	9
8 »	2	3	3	2	10
9 »	1	2	3	3	9
10 »	1	2	6	2	11
11 »	1	4	2	4	11

QUADRO II — COMBINAÇÕES I (ALGARISMOS)

IDADE	AUSÊNCIA DE GENERALIZAÇÃO	INTERMEDIÁRIO	GENERALIZAÇÃO	GENERALIZAÇÃO COM PREVISÃO	TOTAL
6 anos	3	3	2	*	8
7 »	3	2	2	1	8
8 »	3	2	4	1	10
9 »	1	2	6	2	11
10 »	1	2	4	3	10
11 »	2	1	6	2	11

QUADRO III — COMBINAÇÕES II («BANDEIRAS»)

IDADE	AUSÊNCIA DE GENERALIZAÇÃO	INTERMEDIÁRIO	GENERALIZAÇÃO	GENERALIZAÇÃO COM PREVISÃO	TOTAL
6 anos	4	3	3	*	10
7 »	5	3	2	*	10
8 »	3	2	3	2	10
9 »	1	2	4	3	10
10 »	1	2	6	2	11
11 »	*	3	3	4	10

QUADRO IV — COMBINAÇÕES III («CAMPEONATO»)

IDADE	AUSÊNCIA DE GENERALIZAÇÃO	INTERMEDIÁRIO	GENERALIZAÇÃO	GENERALIZAÇÃO COM PREVISÃO	TOTAL
6 anos	2	5	3	*	10
»	2	6	2	*	10
»	2	4	3	3	12
»	*	1	6	3	10
10 »	1	1	5	3	10
11 »	*	3	2	4	9

A partir dos sete anos (quadros I e II), embora nesta idade seja ainda raro, começam a surgir crianças capazes de prever correctamente o número de casos possíveis, se acrescentarmos mais um elemento a combinar, embora seja necessário proceder passo a passo. A criança não generaliza imediatamente para um número qualquer, muito embora seja capaz de se guindar a esse nível. Assim aconteceu nos casos em que tirámos a prova, o que se fez sistematicamente na versão 'campeonato' da combinatória [ $n(n-1)$ ].

Ao lado destas e praticamente em todas as idades, crianças há que nada aproveitam com a actividade e interrogatórios

heurísticos a que são submetidos, impermeáveis a todas as sugestões feitas. Ora são as crianças que se detêm na ausência de generalização ou na resposta intermediária que são submetidas a uma aprendizagem mais intensiva e beneficiam de maior número de sugestões e de maior insistência da parte do experimentador. A criança que generaliza e aprende o procedimento sistemático não repete cegamente um processo que lhe acaba de ser sugerido. A prova está em que os esforços mais insistentes e continuados restam improficuos com algumas delas. Aplicam uma ou outra vez a inversão, e é tudo ou quase tudo quanto a sistema. Carecem de qualquer compreensão da regularidade a que obedece o problema que lhes é posto e o processo de aprendizagem não lha consegue inculcar.

O tipo intermediário de resposta mais frequente aos 6, 7 e 8 anos, torna-se raro ou quase desaparece a partir dos 9 anos. Mesmo naquelas idades é relativamente pouco frequente nos arranjos e na versão 'campeonato' das combinações, no primeiro porque a criança que já sabe contar e conhece bem os números, é fortemente influenciada pela sucessão numérica que obtém (1), na segunda porque, não se retirando os grupos já feitos cada vez que se recomeça, a tarefa se encontra muito facilitada.

Crianças há que em certos momentos aplicam o processo sistemático que se lhes pretende inculcar, mas este sistema só esporadicamente é utilizado, a criança abandonando-o de novo no decorrer da prova, a favor da inversão; de uma escolha mais ou menos ao acaso ou de sistemas insuficientes como seja o de combinar o primeiro elemento com o segundo, o terceiro com o quarto, ou o primeiro com o último, o segundo com o penúltimo etc., processos espontaneamente utilizados pela criança nas idades que considerámos. Por vezes é aquele procedimento por inversão que sofre um certo desenvolvimento e se torna mais sistemático, sobretudo nas crianças mais idosas. Também

---

(1) Isto pode constituir aliás um obstáculo pois que a sucessão numérica é interrompida e esta interrupção cria dificuldades. Mas depressa o facto de só dispor de alguns algarismos se impõe à criança e a dificuldade é superada.

por isso foi algumas vezes mais difícil fazer-lhes adoptar o sistema que se pretendia ensinar-lhe. Quanto mais arraigado e desenvolvido se mostrava o processo de inversão, mais difícil se tornava fazer adoptar o procedimento mais adequado que preconizávamos. Era necessário primeiro destruir aquele processo. Isto explica em boa parte, parece-nos, os fracassos na generalização nas crianças a partir dos 8 anos. Mas não é ainda tudo. Uma das sugestões que se revelou muito útil foi a de insistir, desde que surgia o quarto elemento, em que se queria que se fizessem todos os grupos, não se esquecesse nenhum nem repetisse nenhum, mostrando como anteriormente não apenas os não fizera todos como repetira alguns já feitos. Esta sugestão levou frequentemente a criança a ressarcir-se e a imediatamente entrar no *bom* caminho. Foi a única sugestão que nos permitimos nos retestes a que procedemos e também com resultados animadores. Mas em muitos casos, tudo o que tal sugestão provocava era o reforço da inversão, a partir daí praticado muito mais cuidadosamente do que até então. Mas nunca, nesta como nas restantes provas de combinatória, este método foi suficiente para esgotar os casos possíveis. Exige uma atenção e um cuidado permanente e firme para que a criança não acabe por ignorar alguns grupos. Encontrámos apenas, em todas as provas de combinatória, um caso em que a inversão esteve a um passo de levar ao êxito pleno (1).

Por vezes surge, nos casos mais favoráveis, uma certa compreensão da regularidade, mas sem que se consiga introduzir mobilidade nesta regularidade. Se, acabada a prova, constata que há um número constante de grupos começados por cada algarismo ou cor, não chega a perceber que se se acrescenta um novo elemento a combinar, aquele número aumenta de uma unidade. Esquece o elemento que se acabou de acrescentar, fazendo apenas, começado por cada algarismo ou cor, o mesmo número de grupos que fizera imediatamente antes. Acrescenta um número igual de grupos começados pelo novo elemento e é tudo. É esta a forma mais elaborada do tipo intermediário de resposta.

---

(1) V. *supra*, p. 81.

Outras crianças, após uma aprendizagem mais ou menos longa, com ensaios e erros de vária ordem, acedem ao domínio da estrutura combinatória, dando-se bem conta, na acção, de que de cada vez que o número de elementos a combinar aumenta de uma unidade, aumenta também de uma unidade o número de grupos que se podem fazer começados por cada algarismo ou cor. Passa assim a proceder sistematicamente e a esgotar os casos possíveis, embora sem atingir ainda a previsão antes de proceder à execução. Após uma aprendizagem para 3 ou 4 elementos basta, se a criança vai a descambar os seus processos espontâneos, repetir que se deseja que os faça todos, não esqueça nenhum nem repita nenhum para que, ressarcindo-se, proceda sistematicamente. Ora esta «sugestão» não tinha qualquer efeito nas crianças até aqui consideradas, levando no máximo a um uso mais cuidadoso da inversão. Surge agora a compreensão de que há um processo para «não esquecer nenhum, não repetir nenhum», como lhe dizíamos na instrução (consigne) com que a prova se iniciava, surge a compreensão da regularidade da prova, a capacidade de corrigir os erros de previsão e de adaptar a acção à natureza da tarefa a executar.

Todavia, esta compreensão da regularidade e a capacidade de esgotar as combinações possíveis não acarreta como consequência necessária a previsão. Perguntada por esta, se se acrescenta um elemento, a criança que fica neste tipo de resposta supõe que deverá acrescentar aos que acaba de fazer, tantos como os começados por cada elemento (1). Ou nem isso fará, limitando-se a, nebulosamente notando que haverá mais, indicar na previsão um número igual ao anterior mais um, embora, posta à prova, seja capaz de os executar todos. Se, acabada uma ou duas séries, a interrompemos para perguntar pela previsão,

---

(1) Na versão 'campeonato' da combinatória considerámos ainda como generalização sem previsão a previsão correcta quando apenas um novo club é acrescentado, se a criança se revela incapaz, como é frequentemente o caso, de continuar a prever com correcção sem ser necessário mais nenhuma manipulação das fichas coloridas. Na verdade esta prova sendo um pouco mais simples por não obrigar de cada vez a refazer todas as combinações, fomos forçados a alterar os critérios do sucesso.

ou recebemos a resposta errónea que inicialmente dera ou a recusa em responder. É esta uma das diferenças maiores em relação ao tipo de resposta imediato de que nos ocuparemos a seguir.

A criança capaz de se guindar à previsão, uma vez interrompida no fim da primeira série — e só é interrompida se a previsão foi incorrecta ou insegura — no último caso para confirmação, no primeiro para correcção — imediatamente se corrige. As crianças de que agora nos ocupamos, todavia, cometem na previsão o mesmo erro que as mais evoluídas do tipo 'resposta intermediária' cometem na acção. Encontramos aqui um fenómeno paralelo, mas num nível superior, ao do tipo intermediário de resposta. Num caso esquecia-se, na execução, de incluir a última cor ou número para completar as séries começadas por cada elemento. No nível presente a criança não esquece, na execução, a cor ou número acrescentados; esquece-os na previsão. Os dois casos são exactamente paralelos mas em nível diferente. Num a falha surge na acção, no outro a mesma falha que na acção é evitada reaparece na representação. Donde se pode concluir, na linha de várias observações de Piaget, que a acção se não prolonga imediatamente na representação adequada. Se assim não fosse não haveria a distinguir entre generalização e generalizações com previsão.

Na boca de uma criança (6; 0) encontrámos formulada a atitude comum a todas as que, chegando à adopção de um sistema, não vão até à previsão: — *só quando estiver em cinquenta e quatro é que já sei. Depois conto; depois é que já sei* (1). Só quando terminar é que sabe.

Se, em todas as idades a partir dos seis anos, encontramos a possibilidade de adoptar um procedimento sistemático numa prova de combinatória, a total compreensão da estrutura que lhe subjaz é ainda esporádica, segundo os nossos resultados e com o nosso processo de aprendizagem, aos 7 anos, para só surgir com alguma regularidade a partir dos 8. Mas quando

---

(1) Trata-se de «arranjos» quando dispõe de 5 algarismos. Antes declarara que chegaria a *cincoenta e cinco*.

se alcança a previsão, a compreensão é completa, à regularidade acrescentando-se a da lei que a regula: atingida a previsão os grupos deixam de aparecer como quaisquer; mas são rigorosamente determinados e formam um todo coerente. À acção sobrepõe-se uma estrutura determinada que a regula e fornece o critério da sua própria eficácia. Mas este acesso à previsão, rápido nalgumas crianças é laborioso noutras. Foi a versão 'campeonato' que no-lo revelou da maneira mais clara. Nas outras formas que estudámos, depois de dois ou três exercícios de aprendizagem, ficávamos satisfeitos quando a criança nos dava duas previsões correctas consecutivas. A versão campeonato revelou que não era o bastante e que a estrutura assim adquirida restava frágil. Uma criança (10; 3), alcançado um procedimento sistemático perfeito e depois de ter acertado sucessivamente duas vezes na previsão (com 6 e 7 clubes), ao passar-se de 7 para 14 é incapaz de dar qualquer previsão. Retomado o problema no ponto onde se deixara, a criança calcula explicitamente  $8 \times 7 = 56$  (para 8 clubes) e  $9 \times 8 = 72$  (para nove clubes) e vai balbuciando de forma mal perceptível: dez-nove, onze-dez, doze-onze, treze-doze, catorze-treze. Só neste momento pega no papel e lápis à sua disposição desde o começo, calculando correctamente o «número de jogos». A necessidade da actividade mental e de não «queimar» nenhuma etapa é evidente. Outros naturalmente não revelam as mesmas dificuldades, passando de 8 para 14, quase directamente ou apenas com ligeiras hesitações.

Só a previsão marca uma compreensão cabal, *operatória*, das combinações. A adopção de um procedimento sistemático sem previsão não passa de uma 'estratégia' adequada para esgotar os casos possíveis mas que não implica a compreensão da estrutura matemática do problema. Permite no entanto saber que não se podem fazer mais grupos e um tal saber é diferente do saber hesitante até aí manifestado quando a criança acabava as provas com um «já não posso fazer mais nenhum» que significava sempre mais a incapacidade do que a impossibilidade de continuar. Talvez por isso algumas dizem antes «já não sou capaz de fazer mais nenhum». Permite levar a prova a bom termo e saber que se levou.

## CONCLUSÕES

Pôde assim verificar-se que dos 6 aos 11 anos — mesmo se aos 6 nunca aparece a previsão e aos 7 é esporádica — ou, *grosso modo*, nas idades correspondentes ao período das operações concretas, segundo o esquema de Piaget, houve crianças capazes de aprender a resolver problemas de nível imediatamente superior, isto é, do nível das operações formais ou proposicionais. Um número importante de crianças foi capaz de utilizar um processo sistemático num problema de combinatória e algumas chegaram mesmo à previsão correcta quanto ao número de combinações que necessariamente se encontrariam se se aumentasse o número de elementos a combinar. Há assim estruturas mentais que podem fazer-se surgir antes do período em que espontaneamente aparecem. Estas operações de nível formal são acompanhadas de compreensão e de tomada de consciência do seu próprio mecanismo, o que caracteriza também as operações formais. E note-se que se procedeu apenas a uma sessão de aprendizagem que raramente ultrapassava os vinte minutos. Muitas crianças não deixariam certamente de melhorar os resultados se a aprendizagem comportasse novas sessões com intervalos de alguns dias e, eventualmente, novos métodos de abordar os problemas.

Mas podemos perguntar-nos se estas operações e a sua compreensão serão mais do que uma formação pouco consistente que o tempo rapidamente deteriorará e dissipará. Um certo número de crianças de todas as idades foi submetida um mês depois à mesma prova que tinham passado com êxito (1). Devemos dizer que nos permitimos uma sugestão. Diante de dois elementos a combinar não tinham no retest qualquer dificuldade. Mas se ao passar para três elementos pareciam querer recair nos seus processos espontâneos, acentuava-se mais uma

---

(1) Entende-se que tiveram êxito as crianças que durante a fase de aprendizagem procederam à generalização, com ou sem previsão, isto é, chegaram à aplicação de um procedimento sistemático e a esgotar os casos possíveis.



vez o que já se tinha dito desde o princípio: *queria ver se os fazia todos, não esquecia nenhum e não repetia nenhum*. Isto é normalmente suficiente para que em muitos casos reconsiderem e reencontrem imediatamente o procedimento sistemático. Esta sugestão não foi aliás necessária em todos os casos, longe disso. Permittimo-no-la por nos parecer inócua e para poupar alguns ensaios prévios. Os casos de fracasso no retest mostram que tal sugestão era inoperante quando se tratava de crianças em que a aprendizagem se dissipara.

Obtiveram-se os resultados seguintes:

	ÊXITO	FRACASSO	TOTAL
arranjos	10	2	12
combinações I	5	3	8
combinações II	6	5	11
combinações III	9	1	10

Chama-se a atenção para o facto de que nos casos de êxito no retest há crianças de todas as idades consideradas. O mesmo é verdadeiro no que se refere ao fracasso, sobretudo se se consideram as diferentes provas em conjunto. Note-se que na prova de arranjos uma das duas crianças que fracassaram no retest tinha 6 anos e a outra, depois de uma curta reaprendizagem, chegou de novo à generalização. Como foi necessária esta reaprendizagem, embora muito mais curta que a inicial, não considerámos que tenha atingido o critério do êxito no retest. Também nas combinações I dois dos três fracassos apareceram aos 6 anos. Mas, mesmo nesta idade, algumas crianças passam o retest nestas provas com pleno êxito.

Podemos portanto concluir que a aprendizagem e a generalização, quando se faz, e faz-se num número suficiente de casos para a podermos considerar importante, é estável e perdura.

A questão é entretanto mais complexa do que os números na sua singeleza o podem revelar. Mais do que uma simples reposição das respostas anteriores, podem distinguir-se três casos diferentes. Crianças há que no retest dão respostas semelhantes ou equivalentes às que deram na fase final de aprendi-

zagem. Outras há, todavia, em que isto não acontece e uma degradação pode aparecer. Certas crianças que tinham chegado à previsão podem não ir, no retest, até à previsão embora continuem a proceder sistematicamente e desta forma a esgotar os casos possíveis. Se esta degradação vai um pouco mais longe, deixarão de passar com êxito o retest. Mas existe também o caso inverso. Crianças que, na fase de aprendizagem, não vão até à previsão, fazem-no sem dificuldade no retest. Deu-se entretanto uma consolidação do que fora aprendido de modo que a previsão pode emergir e revelar-se. Não se pode dizer que o êxito no retest depende apenas do nível alcançado na aprendizagem. Os casos de degradação ou de aperfeiçoamento o desmentem.

Raras foram as crianças que tendo dado uma resposta classificada como intermediária foram submetidas ao retest. Em todas foi necessário uma nova aprendizagem que uma ou outra criança leva um pouco mais longe do que na prova inicial, chegando à generalização. Mas os casos considerados foram em número restrito para que deles possamos tirar mais conclusões para além da convicção que novas sessões de aprendizagem levariam algumas das crianças que dão respostas intermediárias, até à generalização.

Estes resultados não nos devem espantar. No período dos 7-8 aos 11-12 anos há já indícios de sistematização, sistemas parciais, embora espontaneamente não se chegue a um sistema de conjunto. Sobretudo a atenção das crianças parece estar mais centrada sobre os elementos a combinar e a sua disposição do que sobre a tarefa. Daí os sistemas adoptados (v. *infra* p. 73). Inadequados como são, constituem todavia um embrião de ordem e regularidade que o interrogatório heurístico tem por objectivo desenvolver e corrigir, levando a criança a tomar consciência das exigências da tarefa, organizá-la numa estrutura que compreenda. Mas parece-nos necessário um começo de sistematização espontânea para que sobre ele se enxerte a aprendizagem. Daí a nossa convicção de que as crianças que dão respostas classificadas como intermediárias, usando esporadicamente o sistema adequado, poderiam chegar à generalização se se continuasse a aprendizagem.

Destes métodos parciais queremos destacar um que rapidamente se sobrepunha aos restantes e marcava sobre eles um progresso pois que revelava já uma centração maior sobre a própria tarefa: é a inversão que num caso ou outro, quase ia levando a criança a esgotar as combinações possíveis. Apareceu este método em quase todas as crianças por vezes para desaparecer a seguir, outras para se radicar e ser utilizado de um modo quase sistemático. Uma criança (10; 1) que na aprendizagem atinge a previsão, embora fruste, e que já utilizara esporadicamente a inversão, dá, no retest, um belíssimo exemplo de regresso à inversão. E com esse método que várias sugestões não conseguem quebrar (1), encontra os doze grupos possíveis para 4 elementos. Como ao acabar hesita, fizemos mais uma sugestão: — *Não há maneira de termos a certeza que as fizemos todas e não esquecemos nenhuma?* A resposta vem, clara: — *É assim. Por exemplo... por exemplo pusemos esta (amarelo-azul) e pôr logo assim por baixo (azul-amarelo).* Ao passar-se para 5 elementos consegue encontrar pelo mesmo método os 20 grupos possíveis, só falhando com 6 elementos. A tarefa, com o método seguido, tinha-se tornado demasiado complicada. Este caso está longe de ser único: a inversão foi responsável por vários fracassos no retest. Mas ainda na fase de aprendizagem a nossa insistência para os fazer todos, não esquecer nenhum, não repetir nenhum tinha muitas vezes como consequência simplesmente o uso mais cuidadoso da inversão, processo a que algumas destas crianças voltaram no retest. Este método está longe de ser absurdo e, executado com cuidado, pode levar a tarefa a bom termo. Comporta dois inconvenientes: não se vê como poderá permitir a previsão, fecho e chave da generalização, nem contém em si o critério que permite afirmar com segurança que na verdade nada foi esquecido nem houve repetições inúteis. A generalização só é completa e consciente quando, adoptado o sistema adequado, este sistema se aplica seja qual

---

(1) Quando tem apenas 3 cores não consegue passar das 5 combinações, apesar de várias tentativas e repetições. Este fracasso — verificado na reorganização a que se procedeu — longe de o desencorajar no uso do seu método, leva-o a praticá-lo com mais cuidado.

for o número de elementos e simultâneamente se torna possível considerar todos os casos possíveis, sabendo bem o seu número, independentemente de os ter executado todos. O método de inversão não leva a tal.

Tudo isto não nos deve fazer esquecer que aquisições consideradas típicas do estágio das operações formais, podem ser feitas no período das operações concretas. E esta aquisição revela uma permanência e estabilidade consideráveis. É certo que em todas as idades, crianças houve que só parcialmente aproveitaram a aprendizagem ou não aproveitaram nada. Tornava-se necessário repetir as sessões e eventualmente modificar o método. Talvez um maior número chegasse à generalização e muitas das que generalizando, não atingem a previsão, conseguissem fazê-lo.

Atendo-nos apenas aos resultados que obtivemos, não podemos deixar de considerar a acção de um outro factor que interfere com a génese se é que em certos casos se lhe não sobre põe. Pois como explicar de outra forma a disparidade de resultados de crianças do mesmo nível operativo e da mesma idade e, por outro lado, o parentesco das respostas em idades diferentes, a semelhança das soluções? A criança de 6 anos que consegue aprender e generalizar o processo adequado procede de modo semelhante à de 11 anos que se classifica no mesmo tipo de resposta. E algumas das que generalizam, se aos 6 anos não alcançam a previsão, é apenas — pudemos constatá-lo mais de uma vez — por falta de instrumentos aritméticos. O próprio processo de previsão, desde que aparece, é idêntico nas diferentes idades.

Mais de que uma hipótese é possível a propósito deste factor que interfere com a génese. A primeira que deverá ser considerado terá de ser a idade mental ou o quociente intelectual. Que relação existe entre a aprendizagem de uma estrutura que não surge espontâneamente na idade considerada e a idade mental ou o cociente intelectual? Que papel poderão ter naquela aprendizagem?

É este um problema que sai já do quadro do presente trabalho. Uma futura investigação poderá abordá-lo.

J. P. FERREIRA DA SILVA  
*Professor da Faculdade de Letras  
da Universidade de Coimbra*